

2. "Üç farklı renkteli toplara birbirinden ayırt edilemeyen kutulara ayrılıyor. Rasgele bir kutu seçiliyor ve kutudan çıkan topun kırmızı olduğu görülüyor. I. kutunun seçilmiş olması olasılığı nedir?"

ÇÖZÜM: Deneyle ilgili aşağıdaki olaylar tanımlansın:

A: "Çekilen topun kırmızı olması"

B₁: "I. kutunun çekilmesi"

B₂: "II. kutudan çekilmesi"

B₃: "III. kutudan "

	I. Kutu	II. Kutu	III. Kutu
Kırmızı	2	4	3
Beyaz	3	1	4
Mavi	5	3	3

Bayes teoremi çerçevesinde, formülü kullanılır.

$$P(B_1/A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)}$$

Burada, toplam olasılık formülünden

$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A/B_1) + P(B_2) \cdot P(A/B_2) + P(B_3) \cdot P(A/B_3)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{15} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{2}{30} + \frac{5}{30} + \frac{3}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Topun kırmızı olduğu bilindiğinde I. kutudan çekilmiş olması olasılığı:

$$\Rightarrow P(B_1/A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(B_1) \cdot P(A/B_1)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{10}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{15} \cdot 3 = \frac{1}{5} \text{ bulunur.}$$

2- K_1 ve K_2 gibi iki kovanotaban, K_1 'de 1 beyaz, 2 siyah, K_2 'de 2 beyaz ve 3 siyah top vardır. K_1 'den 1 top çekiliyor ve K_2 'ye atılıyor. K_2 'den çekilen top siyah olduğuna göre önceden K_1 'den çekilen topun Beyaz olması olasılığı nedir.

Görüm: $B_1 = K_1$ 'den beyaz top çekilmesi olayı
 $B_2 = K_1$ 'den siyah " " "
 $A = K_2$ 'den " " "
 tanımlansın. Bayes teoremi gereği;

$$P(B_1/A) = \frac{P(B_1) \cdot P(A/B_1)}{P(B_1) \cdot P(A/B_1) + P(B_2) \cdot P(A/B_2)}$$

burada,

$$P(B_1) = \frac{1}{3}, \quad P(A/B_1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(B_2) = \frac{2}{3}, \quad P(A/B_2) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

veriliyor.

$$\Rightarrow P(B_1/A) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{4}{9}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{18}{11} = \frac{3}{11}$$

~~11~~ 11.11
 Geer

3- K_1 kovanotundaki beyaz topların oranı p_1 , siyah topların oranı ise $1-p_1=q_1$; K_2 kovanotundaki beyaz topların oranı p_2 , siyah topların oranı ise $1-p_2=q_2$ veriliyor. K_1 'den p olasılığı, K_2 'den q olasılığı ile kovanotların birinden rastgele bir top çekiliyor ve beyaz olduğu bilmiyor. Topun K_1 'den çekilmiş olması olasılığı nedir.

Görüm: Olaylar şu şekilde tanımlansın;

$A =$ Çekilen top beyazdır.

$B_1 =$ Top K_1 'den çekilmiştir.

$B_2 =$ " K_2 'den "

Böylece istenen olasılık;

$$p(B_1/A) = \frac{p(B_1) \cdot p(A/B_1)}{p(B_1) \cdot p(A/B_1) + p(B_2) \cdot p(A/B_2)}$$

$$= \frac{p \cdot p_1}{p \cdot p_1 + q \cdot p_2} \quad \text{bulunur.}$$

~~1/11~~